



Repetitorium Theoretische Informatik, WS 11/12

Prof. Markus Bläser, M.Sc. Radu Curticapean

<http://www-cc.cs.uni-sb.de/teaching/course.php?CourseId=29>

7. April 2009

Aufgabe 4. Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Folge (v_1, \dots, v_k) von paarweise verschiedenen Knoten heißt *einfacher Kreis* von G , falls $\{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}, \dots, \{v_{k-1}, v_k\}, \{v_k, v_1\} \in E$. Sei

$\text{Cycle} = \{\langle G, k \rangle \mid G \text{ besitzt einen einfachen Kreis der Länge mindestens } k\}$.

Zeigen Sie:

- (a) Cycle ist NP-hart.
- (b) Cycle ist NP-vollständig.

Aufgabe 5. Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph und seien $d : E \rightarrow \mathbb{N}$ Kantenlängen. Ein Spannbaum T von G ist ein zusammenhängender, kreisfreier Graph $T = (V, F)$ mit $F \subseteq E$. Es sei $d(T) = \sum_{e \in F} d(e)$. Sei

$\text{ExactTree} = \{\langle G, d, b \rangle \mid \text{es gibt einen Spannbaum } T \text{ von } G \text{ mit } d(T) = b\}$

und sei

$\text{Subset-Sum} = \{(x_1, \dots, x_n, b) \mid x_1, \dots, x_n, b \in \mathbb{N} \text{ und es gibt ein } I \subseteq \{1, \dots, n\} \text{ mit } \sum_{i \in I} x_i = b\}$.

- (a) Geben Sie eine Polynomzeit-many-one-Reduktion von Subset-Sum auf ExactTree an.
- (b) Zeigen Sie: ExactTree ist NP-hart.
- (c) Zeigen Sie: ExactTree ist in NP.
- (d) Zeigen Sie: ExactTree ist NP-vollständig.

Aufgabe 6. Es ist

$$\text{L} = \text{DSPACE}(O(\log)) \text{ und} \\ \text{PSPACE} = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} \text{DSPACE}(O(n^i)).$$

Zeigen Sie:

- (a) $\text{L} \subseteq \text{P} \subseteq \text{NP} \subseteq \text{PSPACE}$.
- (b) Mindestens eine der drei Inklusionen ist echt.