



## 11. Übungsblatt zu Grundzüge von Algorithmen und Datenstrukturen, WS 15/16

Prof. Markus Bläser

<http://www-cc.cs.uni-saarland.de/course/50/>

---

Abgabe: 28. Januar 2010, 12:00 Uhr

---

**Aufgabe 11.1** Eine topologische Sortierung eines gerichteten kreisfreien Graphen  $D = (V, E)$  ist eine Nummerierung (Bijektion)  $\varphi : V \rightarrow \{1, 2, \dots, |V|\}$  der Knoten, so dass für jede gerichtete Kante  $(i, j) \in E$  gilt:  $\varphi(i) < \varphi(j)$ . Geben Sie einen Algorithmus an, der einen gerichteten kreisfreien Graphen topologisch sortiert. Beweisen Sie die Korrektheit Ihres Algorithmus und analysieren Sie die Laufzeit.

Hinweis: Tiefensuche und Besuchszeiten.

**Aufgabe 11.2** Sei  $A$  die Adjazenz-Matrix eines gerichteten Graphen  $G$  mit  $n$  Knoten. Es sei  $A^k = (a_{ij}^{(k)})$  für  $k \in \mathbb{N}$ , wobei  $A^k$  das übliche Potenzieren von Matrizen bezeichnet.

- Zeigen Sie, dass  $a_{ij}^{(k)}$  die Anzahl der Wege der Länge genau  $k$  von  $i$  nach  $j$  ist.
- Konstruieren Sie einen Algorithmus, der zu jedem Paar  $(i, j)$  von Knoten entscheidet, ob es einen Pfad von  $i$  nach  $j$  gibt. Erweitern Sie den Algorithmus, so dass er zu jedem Paar auch einen Pfad angibt. Welche Laufzeit hat Ihr Algorithmus?

**Aufgabe 11.3** Sei  $G$  ein zusammenhängender Graph und  $v$  ein Knoten in  $G$ . Zeigen Sie:  $G$  ist genau dann ein Baum, wenn der BFS-Baum und der DFS-Baum mit jeweils Startknoten  $v$  gleich sind.