

Grundzüge der Theoretischen Informatik: Präsenzblatt 2

Beachten Sie: Die Präsenzblätter und -lösungen wurden von den Tutoren erstellt und können Fehler enthalten. Diese Blätter sind nicht für das Bestehen notwendig und dienen allein ihrer selbstständigen Übung.

Aufgabe 1 (Vgl. Vorlesungsskript, Seite 22). Sei $k \in \mathbb{N}$ eine Konstante und p_1, p_2, \dots, p_k paarweise verschiedene Primzahlen.

1. Zeigen Sie, dass die folgende Funktion injektiv ist:

$$f : \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N} \\ (x_1, x_2, \dots, x_k) \mapsto p_1^{x_1} \cdot p_2^{x_2} \cdots p_k^{x_k}$$

2. Folgern Sie, dass $|\mathbb{N}^k| = |\mathbb{N}| = |Im(f)|$.
 3. Zeigen Sie, dass f **FOR**-berechenbar ist.
 4. Zeigen Sie, dass die charakteristische Funktion $\chi_{Im(f)}$ von $Im(f)$ **FOR**-berechenbar ist.
 5. Geben Sie ein **FOR**-Programm an, welches die Umkehrfunktion $f^{-1} : Im(f) \rightarrow \mathbb{N}^k$ von f berechnet. Für Werte außerhalb des Definitionsbereiches darf Ihr Programm eine beliebige Ausgabe erzeugen.
- (*) Zeigen Sie, dass $|\mathbb{N}^*| = |\mathbb{N}|$, wobei $\mathbb{N}^* = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} \mathbb{N}^k$