

Grundzüge der Theoretischen Informatik:

Präsenzblatt 1

Beachten Sie: Die Präsenzblätter und -lösungen wurden von den Tutoren erstellt und können Fehler enthalten. Diese Blätter sind nicht für das Bestehen notwendig und dienen allein ihrer selbstständigen Übung.

Wir betrachten die starke Goldbachsche Vermutung:

Vermutung 1 (Goldbach). *Jede gerade Zahl größer als 2 kann als Summe zweier Primzahlen geschrieben werden.*

Diese Vermutung, auch in Hilberts 8. Problem zu finden, stammt aus dem Jahr 1742 und ist seit dem unbewiesen. Die Gültigkeit wurde für Zahlen bis zu einer Größe von $4 \cdot 10^{18}$ gezeigt, weshalb die Vermutung als wahr angenommen wird.

Wir nehmen nun an, es gibt ein Programm Z , welches als Eingabe **WHILE**-Programme P annimmt und zu jedem solchen P ausgibt, ob P (für einen beliebigen Input) terminiert.

1. Zeigen Sie, dass es mithilfe von Z möglich ist, die starke Goldbachsche Vermutung zu beweisen oder zu widerlegen. Sie können dabei wie folgt vorgehen:
 - a) Schreiben Sie ein **WHILE**-Programm `equal`, welches die Gleichheit der Werte zweier Variablen testet.
 - b) Schreiben Sie ein **WHILE**-Programm `check`, welches testet, ob der Wert einer Variablen als Summe zweier Primzahlen darstellbar ist.

Hinweis: Sie dürfen (und sollten) die Existenz des **WHILE**-Programms `primes` benutzen, welches alle Primzahlen bis zu einem gegebenen Wert in ein Array schreibt. Ferner darf *Syntactic Sugar* für bekannte Operationen und Arrayzugriffe verwendet werden.

2. Diskutieren Sie: Was lässt Sie dieses Resultat über das Programm Z vermuten? Denken Sie, dass man diese Vermutung beweisen könnte?