10. Übungsblatt zu Grundzüge der Theoretischen Informatik, WS 14/15

Prof. Markus Bläser, M.Sc. Christian Engels
http://www-cc.cs.uni-sb.de/course/46/

Abgabe: Freitag, 30. Januar 2015, 10:00 Uhr (nach der Vorlesung)

Aufgabe 10.1 Welche der folgenden Aussagen sind richtig, welche falsch. Begründen Sie Ihre Antworten jeweils.

(a) Ist $\mathsf{P} = \mathsf{NP}$, dann ist jedes Problem in NP auch NP-schwer.

(b) Ist A NP-vollständig und $A \leq_P B$, dann ist auch B NP-vollständig.

(c) Ist $A \leq_P B$ und $B \in \mathsf{NP}$, dann ist auch $A \in \mathsf{NP}$.

(d) Jede Sprache in NP ist entscheidbar.

Aufgabe 10.2 Set Cover ist das folgende Problem: Gegeben eine Zahl n sowie Teilmengen $S_1, \ldots, S_m \subseteq \{1, \ldots, n\}$ und eine Schranke b, gibt es eine Menge $I \subseteq \{1, \ldots, m\}$ mit $|I| \leq b$, so dass $\{1, \ldots, n\} = \bigcup_{i \in I} S_i$?

(a) Zeigen Sie, dass Set Cover in NP ist.

(b) Zeigen Sie, dass Set Cover NP-schwer ist. (Hinweis: Reduktion von Vertex Cover.)

(c) (*) Können Sie "direkt" zeigen, dass sich 3-SAT auf Set Cover reduzieren lässt?

Aufgabe 10.3 Partition ist das folgende Problem: Gegeben Zahlen $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{N}$ (jeweils in Binärdarstellung), gibt es eine Menge $I \subseteq \{1, \ldots, n\}$, so dass

$$\sum_{i \in I} a_i = \sum_{j \notin I} a_j,$$

d.h. die Zahlen lassen sich in zwei Mengen mit gleicher Summe aufteilen?

(a) Zeigen Sie, dass Partition NP-schwer ist. (Hinweis: Reduzieren Sie von Subset-Sum.)

(b) Zeigen Sie, wie man mit Dynamischer Programmierung Partition in Zeit polynomial in $\max\{a_1, \ldots, a_n\}$ lösen kann.

(c) Warum zeigt dies nicht $\mathsf{P} = \mathsf{NP}$?

Aufgabe 10.4 Nehmen wir an, wir hätten SAT $\in \mathsf{P}$ gezeigt. Zeigen Sie, dass man dann auch zu einer gegebenen Formel in CNF eine erfüllende Belegung deterministisch in Polynomialzeit finden kann, sofern eine solche Belegung existiert.