



## 9. Übungsblatt zu Grundzüge der Theoretischen Informatik, WS 14/15

Prof. Markus Bläser, M.Sc. Christian Engels  
<http://www-cc.cs.uni-sb.de/course/46/>

---

Abgabe: Freitag, 23. Januar 2015, 12:17 Uhr

---

**Aufgabe 9.1** (a) Sortieren Sie die folgenden Mengen bezüglich Inklusion:  $\text{NSpace}(O(3^n))$ ,  $\text{P}$ ,  $\text{DSpace}(O(7^n))$ ,  $\text{RE}$ ,  $\text{NP}$ ,  $\text{DTime}(O(n^5))$ ,  $\text{DSpace}(O(\log))$ ,  $\text{NSpace}(O(\log))$ ,  $\text{REC}$ .

(b) Welche dieser Inklusionen sind echt?

**Aufgabe 9.2** Führen Sie den Beweis aus, dass das Hamiltonsche Kreisproblem  $\text{HC}$  in  $\text{NP}$  ist.

**Aufgabe 9.3** Zeigen Sie, dass das Problem

$\text{Gen} = \{[g, x, 1^t] \mid g \text{ ist die Gödelnummer einer NTM, die } x \text{ in } t \text{ Schritten akzeptiert.}\}$

$\text{NP}$ -vollständig ist.

**Aufgabe 9.4 (2-SAT)** Beweisen Sie:  $2\text{SAT} \in \text{P}$ .

*Zusatzaufgabe:* Zeigen Sie:  $2\text{SAT} \in \text{NSpace}(\log)$ . (Dies ist eine stärkere Aussage, da aus den Simulationssätzen folgt, dass  $\text{NSpace}(\log) \subseteq \text{P}$ .)

*Hinweise:* Konstruieren Sie zu einer Formel  $\phi$  einen gerichteten Graphen  $G = (V, E)$  mit  $V = \{x, \bar{x} \mid x \text{ ist Variable in } \phi\}$ . Die Kanten ergeben sich aus den Klauseln. Es könnte hierbei nützlich sein, eine Klausel  $(\ell \vee \ell')$  äquivalent aufzufassen als  $(\bar{\ell} \rightarrow \ell')$ . Zeigen Sie, dass  $\phi$  genau dann nicht erfüllbar ist, wenn es eine Variable  $x$  gibt, so dass es einen Weg von  $x$  nach  $\bar{x}$  und einen Weg von  $\bar{x}$  nach  $x$  in  $G$  gibt.