



## Beispielaufgaben zur Midterm-Klausur Grundzüge der Theoretischen Informatik, WS 14/15

Prof. Markus Bläser, M.Sc. Christian Engels  
<http://www-cc.cs.uni-sb.de/course/46/>

---

---

**Aufgabe 1.** Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche sind falsch? Begründen Sie Ihre Antworten jeweils kurz; geben Sie also z.B. ein Gegenbeispiel an, verweisen Sie auf den entsprechenden Satz, aus dem die Aussage folgt, etc.

- (a) Für alle  $A, B \subseteq \mathbb{N}$  gilt: Ist  $A \subseteq B$  und ist  $A$  nicht rekursiv aufzählbar, so ist  $B$  nicht rekursiv aufzählbar.
- (b) Für alle  $A, B \subseteq \mathbb{N}$  gilt: Ist  $A \leq B$  und ist  $A$  nicht rekursiv aufzählbar, so ist  $B$  nicht rekursiv aufzählbar.
- (c) Für alle rekursiv aufzählbaren  $L \subseteq \mathbb{N}$  gibt es eine FOR-berechenbare Funktion  $f$  mit  $\text{dom}(f) = L$ .
- (d) Für alle  $I$  gilt: Ist  $I \subseteq \mathbb{N}$  nicht entscheidbar, so ist  $I$  eine nicht-triviale Indexmenge.
- (e) Für alle Folgen von Sprachen  $A_0, A_1, \dots \subseteq \mathbb{N}$  mit  $A_i \in \text{RE}$  für alle  $i \in \mathbb{N}$  gilt:  $A = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i$  ist rekursiv aufzählbar.
- (f) Die Sprache  $\{i \in \text{im}(\text{göd}) \mid \varphi_i(0) = 0 \wedge i \leq 1000\}$  ist nicht entscheidbar.

**Aufgabe 2.** (a) Zeigen Sie: Es gibt ein  $g \in \text{im}(\text{göd})$  mit  $\text{dom}(\varphi_g) = \mathbb{N} \setminus \{0, \dots, g-1\}$ .  
(b) Folgern Sie hieraus (die schon bekannte Tatsache), dass das spezielle Halteproblem  $H_0$  keine Indexmenge ist.

**Aufgabe 3.** Sei

$$L = \{\langle g, x \rangle \mid g \in \text{im}(\text{göd}) \text{ und } x \in \text{im}(\varphi_g)\}.$$

- (a) Ist  $L$  rekursiv?
- (b) Ist  $L$  rekursiv aufzählbar?

**Aufgabe 4.** Sei

$$L = \{g \in \text{im}(\text{göd}) \mid |\text{dom}(\varphi_g)| = \infty\}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass  $L \notin \text{RE}$  ist.
- (b) Zeigen Sie, dass  $\bar{L} \notin \text{RE}$  ist.